

## 14 – Géométrie plane

### I- Programmes

L'enseignement de la géométrie commence à la maternelle et se poursuit jusqu'à la terminale.

Aux cycles 1 et 2 : géométrie **perceptive** (géométrie qui consiste à reconnaître des objets géométriques à vue d'œil et à les tracer à main levée). On utilise progressivement les instruments (à partir du CE1).

Aux cycles 3 : géométrie **instrumentée** (fait appel aux instruments de géométrie pour construire, reproduire des figures, en s'appuyant sur des propriétés connues).

Au cycle 4 et au lycée : géométrie **déductive** (raisonner sur les figures géométriques, en s'appuyant sur des théorèmes connus).

#### 1) Au cycle 1

#### 4. « Construire ses premiers outils pour structurer sa pensée » -> 4.2. « explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées »

- Elèves incités à **mettre ensemble ce qui va ensemble**, pour comprendre que tout objet peut appartenir à plusieurs catégories et que certains objets ne peuvent pas appartenir à celles-ci.
- **Observations, comparaisons, tris** : pour mieux distinguer **différents types de critères** (forme, longueur, masse, contenance).
- Elèves apprennent à **reconnaître** et **distinguer** progressivement des **solides**, puis des **formes planes**.
- PE doit faire attention au fait que l'appréhension des formes planes est plus abstraite que celle des solides, et que certains termes prêtent à confusion (ex : carré / cube).
- PE doit utiliser un **vocabulaire très précis** (cercle, disque, pyramide, cylindre, boule, etc), même si la manipulation du vocabulaire mathématique n'est pas un objectif de l'école maternelle.
- Dès la PS, les élèves organisent des **suites d'objets** en fonction des **critères de formes et de couleurs**. Puis dans les années suivantes, ils doivent repérer un **rythme dans une suite organisée** et continuer cette suite, ou inventer des rythmes, compléter des manques dans une suite organisée.

#### Attendus de fin de cycle :

- Classer des objets en fonction des caractéristiques liées à leur forme. Savoir nommer quelques formes planes (carré, triangle, cercle ou disque, rectangle) et reconnaître quelques solides (cube, pyramide, boule, cylindre).
- Reproduire un assemblage à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides).
- Reproduire, dessiner des formes planes.
- Identifier le principe d'organisation d'un algorithme et poursuivre son application.

## 2) Cycle 2

Introduction : au cycle 2, les connaissances géométriques contribuent à la construction, tout au long de la scolarité, des concepts fondamentaux **d'alignement**, de **distance**, **d'égalité des longueurs**, de **parallélisme**, de **perpendicularité**, de **symétrie**. Tout cela se construit à partir de problèmes (en jouant sur les outils et les supports à disposition) et d'activités mettant en jeu les grandeurs géométriques et leur mesure.

Attendus de fin de cycle 2 :

- **Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, construire quelques figures géométriques.**
- **Reconnaître et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueurs, de milieu, de symétrie.**
  - Décrire, reproduire des figures ou des assemblages de figures planes sur papier quadrillé ou uni,
  - Utiliser la règle, le compas ou l'équerre comme instrument de tracé.
  - Reconnaître, nommer les figures usuelles,
  - Reconnaître et décrire à partir des côtés et des angles droits, un carré, un rectangle, un triangle rectangle. Les construire sur un support uni connaissant la longueur des côtés.
  - Construire un cercle connaissant son centre et son point, ou son centre et son rayon.
    - Vocabulaire approprié pour décrire les figures planes usuelles : carré, rectangle, triangle, triangle rectangle, polygone, côté, sommet, angle droit / cercle, disque, rayon, centre / segment, milieu d'un segment, droite.
    - Propriétés des angles et égalités de longueur des côtés pour les carrés et les rectangles.
    - Lien entre propriétés géométriques et instruments de tracé : droite, alignement et règle non graduée / angle droit et équerre / cercle et compas.
  - Utiliser la règle (non graduée) pour repérer et produire des alignements,
  - Repérer et produire des angles droits à l'aide d'un gabarit, d'une équerre,
  - Reporter une longueur sur une droite déjà tracée,
  - Repérer ou trouver le milieu d'un segment
    - Alignement de points et de segments,
    - Angle droit,
    - Egalité de longueurs,
    - Milieu d'un segment.

Repères de progressivité :

- Dès le **CP**, les élèves observent et apprennent à **reconnaître, trier et nommer des solides** variés. Le vocabulaire pour les décrire s'apprend progressivement. Les propriétés géométriques sont vues progressivement au cours du cycle.
- Dès le **CE1**, ils apprennent à **construire un cube** avec des carrés ou des tiges que l'on peut assembler. Au **CE2**, ils approchent la notion de **patron du cube**. La discussion sur **l'agencement des faces d'un patron** relève du **cycle 3**.
- Au **CE1** : on aborde la construction d'un **cercle** sans contraintes (puis notion du centre et de rayon). Au **CE2**, notion de diamètre.
- L'utilisation des instruments se fait progressivement :
  - Dès le **CP** : règle non graduée, outil de report de longueur sur une droite (ex : bande de papier).

- Dès le **CE1** : règle graduée, gabarit d'un angle droit, équerre, compas.
- Au **CE2** et **cycle 3** : report de longueurs sur une droite déjà tracée avec le compas.

### 3) Cycle 3

Introduction : les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la **perception**, à une géométrie où ils le sont grâce au recours à des instruments, avec l'utilisation de **propriétés**. Cela dans le but d'aller vers une géométrie où la validation ne s'appuie que sur le raisonnement et l'argumentation.

Il faut privilégier les situations qui font appel à différents types de tâches (reconnaître, nommer, reproduire, représenter etc) portant sur des objets géométriques, pour faire émerger des concepts géométriques (caractérisations et propriétés des objets), relations entre les objets), et de les enrichir.

Attendus de fin de cycle 3 :

- **Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques figures géométriques** :
  - Reconnaître, nommer, comparer, vérifier, décrire :
    - Des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples),
    - Figures planes et solides, premières caractérisations
    - Triangles dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral)
    - Quadrilatères dont les quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, première approche du parallélogramme
    - Cercle (comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné).
  - Reconnaître, représenter, construire des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples).
  - Réaliser, compléter et rédiger un programme de construction.
  - Réaliser une figure simple ou une figure composée de figures simples à l'aide d'un logiciel.
- **Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques** :
  - Effectuer des tracés correspondant à des relations de perpendicularité ou de parallélisme de droites et de segments. Déterminer le plus court chemin entre deux points (en lien avec la notion d'alignement). Déterminer le plus court chemin entre un point et une droite ou entre deux droites parallèles (en lien avec la perpendicularité).
    - Alignement, appartenance.
    - Perpendicularité, parallélisme (construction de droites parallèles, lien avec la propriété reliant droites parallèles et perpendiculaires).
    - Egalité de longueurs.
    - Egalité d'angles.
    - Distance entre deux points, entre un point et une droite.

Attendus de fin de cycle :

- Le **raisonnement** : à partir du CM2, les élèves doivent dépasser la dimension perceptive et instrumentée pour raisonner uniquement sur les propriétés et les relations. Un vocabulaire spécifique est utilisé dès le début du cycle pour désigner des objets, des relations et des propriétés.

- Le **vocabulaire et notations** : PE doit toujours préciser de quoi il parle, si l'objet a des lettres, il faut dire « point A », le « segment [AB] », le « triangle ABC ». Aucune maîtrise n'est attendue des élèves pour ce qui est du codage usuel (parenthèses et crochets). Le vocabulaire et les notations nouvelles (crochets, parenthèses, « il existe » en notation mathématiques, notation des angles) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et pas au départ de l'apprentissage.

## II- La géométrie à l'école primaire

### 1) Les différents types de géométrie

**Espace sensible** : constitué d'**objets concrets** (objets usuels ou non, ou des **dessins**).

**Espace géométrique** : constitué d'**objets idéaux**, représentés par des **figures**.

**Un problème de modélisation** : problème pratique qui fait intervenir des **objets concrets**, des dessins mais qui **ne peut pas être résolu de façon pratique**. Sa résolution passe par la mobilisation de **concepts géométriques**.

**Un problème géométrique** : fait intervenir que des **objets idéaux**.

Les dessins et les figures sont des **représentations graphiques** (toute trace laissée par un instrument sur une feuille ou écran d'ordinateur).

**Les dessins** : objets **concrets** sur lesquels on peut mesurer, contrôler les angles droits etc.

**Les figures** : représentants d'**objets idéaux**. Ex : schéma à main levée. Ils ne respectent pas les mesures mais contiennent des informations (ex : symbole indiquant angle droit). Ils ont une fonction de communication et d'aide à la résolution de problèmes.

Les programmes de cycle 3 font référence à cette distinction.

<b>Géométrie perceptive</b>	<b>Géométrie instrumentée</b>	<b>Géométrie déductive</b>
C1 et C2	Fin de cycle 2 et C3	Collège
« Est vrai ce qui a été <b>vu</b> »	« Est vrai ce qui est contrôlé avec des <b>instruments</b> »	« Est vrai ce qui est <b>démontré</b> »
Outil = œil	Outils = instruments de géométrie	Outils = propriétés et théorèmes de géométrie
<b>Espace sensible</b> constitué d' <b>objets concrets</b> qui peuvent être : <ul style="list-style-type: none"><li>- Des objets, usuels ou non,</li><li>- Des <b>dessins</b></li></ul>		<b>Espace géométrique</b> constitué d' <b>objets idéaux</b> qui peuvent être représentés par des <b>figures</b> .
Il est demandé aux élèves de reconnaître les objets géométriques ou d'en construire à main levée.	Il est demandé aux élèves de reconnaître des figures, de les décrire, de les reproduire et d'en construire.	Les élèves connaissent les propriétés et les théorèmes de géométrie.
Ex : ce quadrilatère est carré car je le reconnais.	Ex : vérifier avec l'équerre que les 4 angles du carré sont droits	Ex : prouver que telle figure est un carré grâce à ses propriétés.

## 2) Les concepts de la géométrie

- Concepts qui **évoquent des objets géométriques** (ex : segment, droite, cercle, centre etc).
- Concepts qui **évoquent des relations géométriques qui existent entre certains objets** (ex : alignement, le parallélisme, la perpendicularité).

Ces concepts sont caractérisés par :

- Du vocabulaire, un codage, une syntaxe particulière et des représentations graphiques,
- Des définitions et propriétés,
- Des savoir-faire,
- Des problèmes que ces concepts permettent de résoudre.

*Cf exemple p351.*

### Comment se construisent ces concepts ?

La construction des concepts géométriques nécessite de **maîtriser des connaissances spatiales** :

- En **PS** : l'élève commence à **différencier des formes par la vue, le toucher**, surtout à travers des **jeux** (ex : puzzle, jeux d'encastrement, de construction etc). Ces formes sont présentées dans des positions différentes pour que l'élève perçoive leur invariance. Avec ces activités, le PE peut commencer à installer du **vocabulaire** (plat, arrondi, droit etc).
  - En **MS** : Les formes sont de plus en plus nombreuses (carré, triangle, rectangle et rond). Le travail se fait toujours avec des **jeux** (classement de formes par exemple). L'élève commence à **associer un objet à certaines de ses représentations** (photo par exemple).
  - En **GS** : l'élève commence à différencier les formes en référence à des **propriétés** qu'il énonce dans son langage : propriétés des bords (droit, courbe), présence de sommet (c'est pointu) ou non. Il est entraîné à **reconnaître des formes dans des assemblages**.
- ➔ Ce travail va permettre à l'élève de passer progressivement des **connaissances spatiales** à des **connaissances géométriques**.

## III- Représentations graphiques des concepts géométriques

### 1) Dessin géométrique et instruments de géométrie

#### a) Dessin géométrique

Représentation graphique pour :

- Evoquer un **objet physique** (ex : baguette de bois représentée par un segment),
- Représenter un **objet idéal** (ex : dessin de l'énoncé représente un objet géométrique idéal),
- Trouver les **propriétés** qui vont permettre de résoudre le problème,
- Etablir les **étapes de construction** d'un dessin (ex : si on veut tracer un triangle précis, on peut déjà le tracer à main levée avec le nom des sommets pour se le représenter et voir comment le construire).

Réalisation d'un schéma : Schéma lorsque la réalisation graphique est faite à main levée.

## b) Instruments de géométrie

Un instrument est formé de trois composantes : un **artéfact** (objet matériel qui été conçu dans un but déterminé), une **technique d'utilisation**, une **théorie sous-jacente** à l'usage de cet instrument.

Exemple pour l'équerre :

- Artéfact : triangle rectangle avec des angles de  $45^\circ$  et  $45^\circ$  souvent.
- But : tracer des droites perpendiculaires (et autre)
- Technique : placer l'équerre sur le droit et tracer un trait perpendiculaire avec l'équerre.
- Théorie sous-jacente : deux droites qui forment un angle droit sont perpendiculaires (et autre).

Certains élèves rencontrent des difficultés à utiliser les instruments :

- **Difficultés de psychomotricité fine** (ex : tracer avec la règle. Ils appuient trop fort avec leur crayon sur la règle, ce qui la fait bouger).
- **Difficultés dues à la distance entre l'artéfact et le dessin à construire** (ex : sur l'équerre il n'y a aucune représentation de droites perpendiculaires. Les PE préfèrent pour cela faire utiliser une « réquerre » où il y a des représentations de droites perpendiculaires.
- **Difficultés dues à des pratiques inhabituelles d'un outil** (ex : les élèves ne pensent pas à utiliser un compas pour reporter des distances).

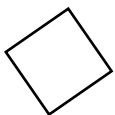


Certaines difficultés ne viennent pas de l'usage d'un instrument, mais du fait que les élèves ont du mal à construire les **images mentales** anticipatrices d'un tracé.

Les **savoir-faire associés aux concepts de géométrie** consistent principalement :

- A reconnaître les concepts à partir de leur représentation,
- A tracer une de leur représentation.

### 2) Reconnaître un concept géométrique à partir d'une représentation



**Position prototypique** : position particulière d'un objet induite par l'expérience sociale et scolaire.

Par exemple, pour reconnaître que cette figure est un carré, on va tourner la tête ou la feuille, car ça ne correspond pas à la position du carré qu'on a l'habitude de voir. Reconnaître une figure de cette manière, est une **reconnaissance globale**.

Certains procèdent autrement pour reconnaître une figure : à **vue d'œil**. Ils cherchent à savoir si le quadrilatère a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur. Ils essaient de reconnaître un carré, non en référence à un prototype, mais en **référence à des propriétés caractéristiques** du carré. On parle de **reconnaissance analytique**.

Il est aussi possible de reconnaître une figure avec des instruments, lorsque ceux-ci sont autorisés. A l'école primaire, les **instruments** sont utilisés pour la **reconnaissance analytique**. On vérifie si la

figure a les propriétés du carré. Ce sont les **connaissances de ces propriétés** qui nous permettent de conclure.

Variables didactiques :

- La présence ou non **d'instruments**,
- Le fait que la figure à reconnaître soit **isolée** ou non (non isolée : reconnaissance dans une figure complexe),
- Le fait que la figure à reconnaître soit en **position prototypique** ou non.

Erreurs et difficultés :

- L'élève ne dispose pas **d'images mentales** des figures qu'il doit reconnaître,
- Il ne reconnaît les figures que lorsqu'elles sont en **position prototypique**,
- Il ne contrôle pas toutes les **propriétés** et a des difficultés à utiliser certains **instruments** (pour reconnaissance instrumentée),
- Il rencontre des difficultés pour **isoler** une figure, surtout si cette figure n'est pas en position prototypique,
- Il peut avoir des difficultés dues à une **mauvaise connaissance du vocabulaire** (terme inconnu ou confondu avec un autre),
- Il confond les objets de la géométrie et leur représentation.

A l'école, on distingue deux types de reconnaissance :

- La **reconnaissance à vue d'œil** (= **perceptive**) qui peut être soit **globale** soit **analytique**,
- La **reconnaissance instrumentée**, qui fait appel à des **instruments** et à des **propriétés**.

### 3) Construire la représentation d'un concept géométrique

**L'activité de construction** passe par une **anticipation mentale du produit fini** (on parle d'image mentale anticipatrice), puis par **l'élaboration d'une procédure de tracé** en s'appuyant sur des **propriétés** de géométrie explicites ou implicites avant de passer à **l'exécution du tracé**.

Variables didactiques :

- Le fait d'avoir une **figure à compléter** ou à **construire totalement**,
- Le fait que début de la construction soit en **position prototypique** ou non, dans le cas d'une figure à compléter,
- La **nature de la figure** à construire (ex : plus facile de construire un rectangle qu'un losange pour un élève).

Difficultés et erreurs :

- L'élève n'arrive pas à mobiliser **d'images mentales anticipatrices** du dessin qu'il doit construire, surtout s'il doit compléter un début de figure qui n'est pas en position prototypique.
- Difficultés pour utiliser des **instruments**.
- Difficultés au niveau du **vocabulaire** (terme inconnu ou confusion entre les termes).
- Il peut faire des erreurs à cause de la **confusion** qu'il fait entre les objets de la géométrie, leur représentation et la façon de les nommer.

Situations aidant les élèves à se **construire des images mentales** :

- **Manipulation** d'objets géométriques, de manière **problématisée** (ex : classer les objets),
- **Tracé à main levée** des objets géométriques (permet de se libérer de l'usage de l'instrument géométrique et nécessite la mobilisation d'images mentales).

## **IV- Problèmes de géométrie à l'école primaire**

A l'école primaire, il y a **4 types de problèmes en géométrie** : les problèmes de **construction**, de **reproduction** (échelle 1, agrandissement ou réduction), de **description** et de **localisation** (cf chap 15).

### 1) Problèmes de construction d'une figure

Construire une figure à partir d'un texte ou d'un schéma : Il s'agit de construire une figure à partir d'un **cahier des charges** qui peut être présenté sous forme de **texte** ou de **schéma**.

- A partir d'un texte : (ex : Tracer un triangle ABC rectangle en A, tel que  $AB = 3$  cm et  $BC = 6$  cm). Cette tâche est un **problème**. Pour réaliser ce dessin, il faut **imaginer le dessin construit** ou bien effectuer un **schéma approximatif** représentant le triangle. Ce schéma permet d'établir le programme de tracé, de visualiser comment faire.
- A partir d'un schéma : (ex : Tracer avec précision la figure dont on a un schéma dessiné). Il faut connaître les **propriétés** de la figure pour trouver la procédure de tracé.

Variables didactiques :

- Le type de **support** : feuille blanche ou quadrillée.
- Les **instruments** que peuvent utiliser les élèves.
- La **spécificité** des dessins à réaliser (nombres d'étapes pour la construction, familiarité que l'élève a avec la figure).
- La **taille de l'espace** dans lequel la figure est à réaliser.

NB : les trois types d'espace :

- Micro-espace : feuille de papier.
- Meso-espace : salle de classe ou cour de récréation.
- Macro-espace : quartier.

Difficultés et erreurs :

- L'élève ne connaît pas les **propriétés** nécessaires pour trouver la procédure de tracé.
- Si un **schéma** est nécessaire, l'élève ne s'autorise pas à le dessiner car il pense qu'il faut immédiatement faire une figure précise.
- S'il s'autorise à faire le **schéma**, il peut rencontrer des difficultés pour le réaliser car il essaie de représenter avec précision les objets à tracer.
- Si le cahier des charges est communiqué avec un schéma, l'élève a de la **difficulté à lire le schéma**.

### 2) Problèmes de reproduction d'une figure à l'échelle 1

L'élève doit réaliser une **copie d'un objet**, avec différents outils (ex : calque, instruments etc). La validation de la production peut se faire par **superposition** avec le modèle.



Deux cas de complexité :

- **Reproduction d'une figure complexe du plan sur du papier blanc :**
  - o Repérer dans la figure des **objets** ou **relations** élémentaires de la géométrie (figures de base) : droites, segments, milieux, cercles, parallèles etc.
  - o Repérer les **liens** entre ces différentes figures de base (ex : segments sont les diagonales du carré).
  - o Définir une **chronologie** pour l'exécution des différents tracés (souvent plusieurs chronologies possibles).
  - o **Exécuter** ces différents **tracés**.
- ➔ Les 3 premières étapes sont l'analyse de la figure.
  
- **Reproduction d'une figure sur papier quadrillé** (qui est elle-même sur du papier quadrillé) : positionner les différents points caractéristiques de la figure les uns par rapport aux autres.

Variables didactiques :

- **Support de la production** : papier blanc ou quadrillé.
- **Figures de base** : isolées ou à isoler / position prototypique ou non.
- **Liens entre les différentes figures de base** : visibles ou à construire.
- **Chronologie de construction** : a-t-elle de l'importance ou non ?

Difficultés et erreurs :

- Difficulté à **repérer des figures** et des **propriétés** de base dans une figure complexe (ex : devoir passer par un carré pour tracer une figure qui n'en est pas un -> on passe par une **sur-figure**. Voir p363).
- Difficulté à **identifier les liens entre les figures de base**.
- Difficulté à établir une **chronologie** des tracés.
- Difficulté à **exécuter des tracés géométriques**.

3) Problèmes de reproduction d'une figure avec agrandissement ou réduction

Méthodes pour agrandir ou réduire une figure :

- 1<sup>ère</sup> méthode : utiliser la **proportionnalité** (et une propriété. Ex : le fait que la mesure des angles entre la figure de départ et son agrandissement ne change pas).
- 2<sup>ème</sup> méthode : utiliser une **méthode géométrique** qui s'appuie sur les **propriétés de conservation** de l'alignement, des angles, du parallélisme, de l'égalité des longueurs, du milieu d'un segment.

Variables didactiques pour une situation d'agrandissement ou de réduction :

- **Nature du coefficient d'agrandissement** (entier ou décimal « simple » -> méthode 1 peut être utilisée),
- **Relations entre les différentes mesures** de la figure à agrandir,
- Possibilité de disposer d'une **règle graduée**.
- Présence de **relations géométriques** dans la figure, qui permettent d'utiliser les propriétés de conservation.

Difficultés et erreurs :

- L'élève ne voit pas les **relations** entre les différents éléments de la figure,

- L'élève est tenté d'utiliser le **modèle additif**,
- L'élève peut **placer approximativement** certains points qui manquent.

Pour valider sa reproduction, l'élève peut utiliser un transparent ou un calque de la figure agrandie / réduite, réalisé par l'enseignant.

#### 4) Problèmes de description d'une figure

Deux cas selon le **but** visé et le **destinataire** (Ex : camarade, pour qu'il identifie la figure ou qu'il la reproduise) :

- Description d'une figure pour faciliter son **identification parmi d'autres figures** : on utilise des caractéristiques de la figure (nombre de sommets, rectangle etc).
- Description d'une figure pour qu'un destinataire puisse **se la représenter** ou **la reproduire** :
  - o Analyser la figure (repérer les figures de base et les liens qu'elles ont, définir une chronologie des tracés),
  - o Communiquer les différentes étapes de construction (vocabulaire compréhensible par le récepteur. L'élève doit se mettre à la place de celui-ci. Le codage des points de la figure facilite la description).

Variables didactiques : même variables que celles de la reproduction de figures.

Difficultés et erreurs : même que la tâche de reproduction + difficultés de communication.

- Au niveau du **vocabulaire** : confond certains mots, ne connaît pas le vocabulaire mathématique.
- Au niveau de la **connaissance des propriétés** qui caractérisent les figures de base des objets à décrire.
- Au niveau de **l'effort de décentration** qu'oblige toute description : il faut **se mettre à la place de l'autre**.
- Au niveau de la **nomination de certains points** de la figure, qui au départ ne sont pas codées.
- Au niveau du **sens** que l'élève donne à l'activité de description qui lui est proposée (s'agit-il d'être compris de son interlocuteur ? Ou de montrer au maître ce qu'il sait, sans se soucier d'être compris par son interlocuteur ? -> cela amène une description différente).

## V- Symétrie axiale

Dès l'école maternelle, les élèves sont entraînés à construire des figures symétriques.

On va analyser **deux types de problèmes**, selon les travaux de Denise Grenier :

- Repérer et tracer des axes de symétrie d'une figure,
- Tracer le symétrique d'une figure par rapport à un axe, à main levée, avec un papier calque ou sur du papier quadrillé.

### 1) Rechercher un axe de symétrie

Il y a plusieurs procédures possibles, mais dans tous les cas il faut **conjecturer l'existence d'un axe** pour **vérifier si cette conjecture est valide**.

- Pour **conjecturer l'existence d'un axe**, on repère :
  - o Soit une **sous-figure** qui admet un axe de symétrie,

- Soit des **éléments de la figure** qui semblent être **symétriques** et on cherche à préciser leur axe de symétrie.
- Pour vérifier ensuite que **l'axe conjecturé est bien un axe de symétrie de la figure**, on peut :
  - Soit **tracer** mentalement, voire réellement, le **symétrique de la figure** et repérer si le symétrique obtenu fait partie de la figure,
  - Soit effectuer mentalement le **pliage** et vérifier que les deux parties de la figure situées dans les demi-plans définis par la droite se superposent.

#### Difficultés rencontrées :

- Certains élèves n'arrivent pas à mobiliser des **images mentales** de pliage ou de construction de symétrie.
- Beaucoup d'élèves s'appuient sur le **théorème-élève** « un axe de symétrie d'une figure passe par le « milieu » de cette figure ». Sauf que le mot « milieu » utilisé par les élèves a plusieurs sens : milieu d'un segment, centre d'un cercle, d'un parallélogramme, d'une droite. Beaucoup d'élèves pensent que l'axe de symétrie doit partager la figure en deux parties superposables (ex : une note de musique).
- Les élèves privilégient **les axes de symétrie verticaux ou horizontaux** :
  - Si une figure présente plusieurs axes de symétrie, les élèves ne repèrent que l'axe horizontal ou vertical (s'il existe).
  - Si une figure, avec un axe de symétrie, est représentée de telle sorte que cet axe ne soit ni horizontal, ni vertical, beaucoup d'élèves estimeront que la figure n'a pas d'axe de symétrie.
  - Si une figure est composée de figures élémentaires facilement repérables et possédant chacune un axe de symétrie, les élèves ont tendance à assimiler ces axes avec ceux de la figure complète.

#### Variables didactiques :

- Les **outils** dont dispose l'élève :
  - **Papier calque** : il peut décalquer la figure et faire divers essais de pliage pour trouver l'axe de symétrie.
  - **Géomiroir** (plaque en plastique qui permet à la fois de réfléchir l'image du dessin et de voir par transparence la figure placée derrière elle).
  - **Pas d'outils et ne peut pas plier la feuille** : obligé de faire appel à des images mentales.
- Le **support** sur lequel est représenté la figure :
  - La figure est tracée sur du **papier quadrillé** : soit l'axe correspond à une ligne du quadrillage, soit l'axe ne correspond pas à une ligne du quadrillage.
  - La figure est tracée sur du **papier blanc** : images mentales obligatoires.
- Les **caractéristiques** de la figure :
  - **L'orientation de l'axe** (quand il existe) : horizontal ou vertical plus facile qu'oblique.
  - Le **nombre d'axes** de symétrie (l'élève peut considérer que sa tâche est terminée après en avoir trouvé un).
  - La **familiarité** de l'élève avec la figure.
- Les **figures de base** qui constituent la figure :
  - Si la figure est composée de deux éléments isolés qui sont symétriques, l'élève trouvera facilement l'axe.



- Si la figure est composée de deux éléments superposables non symétriques, l'élève risque de croire que la figure a un axe de symétrie (**confond « superposable » et « symétrique »**).
- Si la figure peut être partagée par une droite en deux parties superposables, il risque de croire qu'il y a un axe alors que pas forcément.

## 2) Tracer le symétrique d'une figure par rapport à un axe

### Procédures possibles :

- **Pliage** : l'élève plie la figure en suivant l'axe de symétrie et il décalque la figure par transparence. -> capacités psychomotrices.
- **Papier calque** : décalquer la figure de départ avec l'axe, retourner la feuille de papier calque et placer la feuille correctement sur l'axe et à la bonne « hauteur », repasser le crayon sur la figure afin qu'elle laisse une empreinte sur la feuille.
- **Papier quadrillé** :
  - Procédure 1 : placer le symétrique de tous les points remarquables de la figure et joindre ces points (ex : sommets d'un polygone).
  - Procédure 2 : placer le symétrique d'un point et construire la figure à partir de ce point, en « inversant » la figure de départ et en respectant les propriétés de conservation des longueurs.  
Le placement des points symétriques est facilité si l'axe de symétrie correspond à une ligne du quadrillage.

### Difficultés et erreurs dans le tracé du symétrique avec l'aide d'un quadrillage :

- Se tromper dans le **dénombrément** des carreaux,
- Construire le symétrique d'un point correctement, puis placer l'image de la figure en la **translatant** (déplacement d'une figure en gardant la même direction). **Origine de l'erreur** : l'élève a juste retenu que le symétrique d'une figure est superposable à la figure de départ et est placé de l'autre côté de la droite.
- **Suivre les lignes du quadrillage** pour tracer le symétrique d'un point dans les cas d'un axe porté par les diagonales des carreaux de quadrillage. **Origine de l'erreur** : l'élève a conclu que la procédure qui consiste à suivre les lignes du quadrillage donne un résultat juste (il a sûrement vu beaucoup d'exercices avec l'axe vertical ou horizontal).
- Tracer le symétrique de tous les points, mais **se tromper en joignant ces points**. Origine de l'erreur : l'élève n'arrive pas à se construire une image mentale du résultat final.

### Variables didactiques :

- **Consignes** données aux élèves : peuvent-ils plier la feuille ou non ?
- **Matériel** mis à la disposition des élèves : papier calque, géomiroir, etc.
- **L'axe** : horizontal, vertical, oblique.
- La **figure** : figure classique, composée de figures classiques, nombre de sommets, côtés horizontaux ou verticaux etc.
- **L'espace** réservé aux élèves pour répondre : l'espace permet-il de mettre en œuvre toutes les procédures auxquelles ils ont pensé ?

Il existe une **conception erronée de la symétrie**, très répandue chez les élèves : « **le symétrique d'une figure est une figure identique située de l'autre côté de l'axe, à une même « distance » de l'axe que la figure objet. Il y a conservation de la nature de la figure, des dimensions et de la forme** ». La symétrie axiale est perçue comme une application d'un demi-plan défini par l'axe dans l'autre demi-plan.

Cette conception amène les élèves à penser que l'axe de symétrie d'une figure est une droite d'équilibre entre les deux parties, qui passe par le « milieu » de la figure.

La notion de « distance » prend des sens différents, pour les élèves, en fonction des variables didactiques des tâches proposées.

## **VI- Logiciels de géométrie dynamique**

Ils permettent le **déplacement** de la figure en « tirant » sur un point (géométrie dynamique). Cela permet de **contrôler** la procédure mise en place pour construire cette figure. En se déplaçant, la figure doit **garder les propriétés** qui ont été utilisées pour la construire. On dit que « **la figure résiste au déplacement** », cela permet de **valider** les tâches de construction ou de reproduction, et d'engager les élèves dans des activités de recherche de type « **problème ouvert** ».

Ex : Geogebra / Cabri-Elem.

**Utilisation en classe entière** : l'enseignant dispose d'un ordinateur et d'un projecteur pour que tous les élèves voient ce qu'il y a sur l'écran. Il peut se servir du logiciel pour montrer des figures, les déplacer, identifier certaines caractéristiques des figures, ou pour construire une figure en appliquant les procédures proposées par les élèves.

**Utilisation en atelier** : l'enseignant a accès à une salle avec des ordinateurs et peut mettre **2 élèves par ordinateur** (au maximum). Les élèves ont des tâches de **construction** de figure dont on donne les caractéristiques, soit de **reproduction** d'une figure donnée. Il faut penser à gérer l'**hétérogénéité** des élèves (ex : prévoir du travail supplémentaire pour les plus rapides) et préparer une **fiche de travail** pour chaque élève de façon à ce qu'il puisse noter ses constatations et découvertes. En fonction des objectifs visés, l'enseignant peut **bloquer certains outils** (ex : bloquer le compas pour faire un triangle avec des mesures imposées) ou **rajouter des outils « macros »** ou « **macro-construction** ».

Exemples d'activités à proposer aux élèves :

- Donner une **suite d'instructions** que les élèves doivent mettre en place (ex : placer deux points A et B, tracer le segment [AB] etc).
- **Reproduire** une figure à partir d'un modèle (indiquer les résistances au déplacement que doit vérifier la figure).
- **Utilisation de « boîtes noires »** : une « macro-construction » est réalisée par l'enseignant et les élèves doivent trouver la procédure de construction de cette macro. Pour cela, ils peuvent utiliser cette macro-construction et déplacer la figure pour étudier les propriétés qui résistent.

Inconvénients :

- Nécessité de disposer d'une **salle informatique** ou **d'ordinateur(s)** dans la classe.
- Nécessité d'une bonne **connaissance du logiciel** par l'enseignant.
- Nécessité de mettre en place une **initiation** des élèves à l'usage du logiciel.

@maitresse.jero

- Lien entre la **résistance** d'une figure au déplacement et le **respect des propriétés** de géométrie n'est pas naturel : c'est une contrainte que l'élève doit accepter.

Avantages :

- Les élèves sont généralement très **motivés**.
- Ils peuvent travailler en partie en **autonomie** car ils disposent d'un moyen de validation.
- On peut jouer sur la **complémentarité papier/crayon et logiciel de géométrie dynamique**, les mêmes concepts « fonctionnant » dans des contextes différents et facilitant ainsi les transferts.

Les enseignants ne peuvent pas ignorer les logiciels de géométrie dynamique car les inconvénients sont contrebalancés par les avantages.