

15 – Repérage dans l'espace, étude de solides

Le travail sur **l'espace en 3D** est organisé autour de deux préoccupations :

- Aider les élèves à **se situer, se repérer et se déplacer** dans l'espace ordinaire
- Les familiariser avec quelques **solides géométriques** du point de vue de leurs propriétés et de leurs représentations planes.

I- Programmes

1) Cycle 1

4. « **Construire les premiers outils pour structurer sa pensée** » -> 4.2 « **explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées** »

- Elèves incités à **mettre ensemble ce qui va ensemble**, pour comprendre que tout objet peut appartenir à plusieurs catégories et que certains objets ne peuvent pas appartenir à celles-ci.
- **Observations, comparaisons, tris** : pour mieux distinguer **différents types de critères** (forme, longueur, masse, contenance).
- Elèves apprennent à **reconnaître** et **distinguer** progressivement des **solides**, puis des **formes planes**.
- PE doit faire attention au fait que l'appréhension des formes planes est plus abstraite que celle des solides, et que certains termes prêtent à confusion (ex : carré / cube).
- PE doit utiliser un **vocabulaire très précis** (cercle, disque, pyramide, cylindre, boule, etc), même si la manipulation du vocabulaire mathématique n'est pas un objectif de l'école maternelle.
- Dès la PS, les élèves organisent des **suites d'objets** en fonction des **critères de formes et de couleurs**. Puis dans les années suivantes, ils doivent repérer un **rythme dans une suite organisée** et continuer cette suite, ou inventer des rythmes, compléter des manques dans une suite organisée.

Attendus de fin de cycle :

- Classer des objets en fonction des caractéristiques liées à leur forme. Savoir nommer quelques formes planes (carré, triangle, cercle ou disque, rectangle) et reconnaître quelques solides (cube, pyramide, boule, cylindre).
- Reproduire un assemblage à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides).

(Def pavage : un **pavage** est un remplissage d'un plan avec un motif qui se répète.)

2) Cycle 2

En cycle 2 et 3, les élèves acquièrent des **connaissances spatiales** (orientation, repérage dans l'espace) et des **connaissances géométriques** (solides, figures planes).

Apprendre à se repérer et se déplacer dans l'espace se fait en lien étroit avec « **Questionner le monde** » et « **EPS** ».

Attendus de fin de cycle 2 :

- **(Se) repérer et (se) déplacer en utilisant des repères :**

- Se repérer dans un environnement proche,
- Situer des objets ou des personnes les uns par rapport aux autres ou par rapport à d'autres repères.
 - Vocabulaire permettant de définir des positions (gauche, droite, au-dessus, sous, derrière etc),
 - Vocabulaire permettant de définir des déplacements (avancer, reculer, tourner, monter etc),
- Produire des représentations des espaces familiers (village, quartier, école etc) et moins familiers (vécus lors de sorties),
 - Quelques modes de représentation de l'espace.
- S'orienter et se déplacer en utilisant des repères.
- Coder et décoder pour prévoir, représenter et réaliser des déplacements dans des espaces familiers, sur un quadrillage, sur un écran.
 - Repères spatiaux,
 - Relations entre l'espace dans lequel on se déplace et ses représentations.
- **Reconnaître, nommer, décrire, reproduire quelques solides.**
 - Reconnaître et trier les solides usuels parmi des solides variés. Décrire et comparer des solides en utilisant le vocabulaire approprié.
 - Reproduire des solides.
 - Fabriquer un cube à partir d'un patron fourni.
 - Vocabulaire approprié pour nommer des solides (boule, cylindre, cône, cube, pavé droit, pyramide) et décrire des polyèdres (face, sommet, arête).
 - Les faces d'un cube sont des carrés.
 - Les faces d'un pavé droit sont des rectangles (qui peuvent être des carrés).

Repères de progressivité :

- Au **CP**, la représentation des lieux et le codage des déplacements se situent dans la classe ou dans l'école, puis dans le quartier proche, et au **CE2**, dans un quartier étendu ou le village.
- Dès le **CE1**, les élèves peuvent coder des déplacements à l'aide d'un logiciel de programmation adapté, ce qui les amènera au **CE2** à la compréhension et la production d'algorithmes simples.
- Dès le **CP**, les élèves observent et apprennent à reconnaître, trier et nommer des solides variés. Le vocabulaire nécessaire pour les décrire (face, sommet, arête) est progressivement exigible.
- Ils apprennent dès le **CE1** à construire un cube avec des carrés ou avec des tiges que l'on peut assembler. Au **CE2**, ils approchent la notion de patron du cube. La discussion sur l'agencement des faces d'un patron relève du cycle 3.

3) Cycle 3

Attendus de fin de cycle 3 :

- **(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations :**
 - Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan, ou une sur une carte.
 - Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers.
 - Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran.
 - Vocabulaire permettant de définir des positions et des déplacements.

- Divers modes de représentation de l'espace.
- **Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides :**
 - Reconnaître, nommer, comparer, vérifier, décrire :
 - Des solides simples ou des assemblages de solides simples à partir de certaines de leurs propriétés,
 - Figures planes et solides, premières caractérisations,
 - Vocabulaire approprié pour nommer les solides : pavé droit, cube, prisme droit, pyramide régulière, cylindre, cône, boule.
 - Reproduire, représenter, construire : des solides simples ou des assemblages de solides simples sous forme de maquettes ou de dessin, ou à partir d'un patron (donné, dans le cas d'un prisme ou d'une pyramide), ou à construire dans le cas d'un pavé droit).

Repères de progressivité :

- Les **apprentissages spatiaux** : dans la continuité du cycle 2 et tout au long du cycle 3, les apprentissages spatiaux se réalisent à partir de problèmes de repérage de déplacement d'objets, d'élaboration de représentation dans des espaces réels, matérialisés (plans, cartes etc) ou numériques.
- Les **apprentissages géométriques** : ces apprentissages développent la connaissance de figures planes, de solides mais aussi de relations entre objets et de propriétés des objets.

II- Repérage dans l'espace

1) Connaissances et types de problèmes

Les connaissances : se repérer dans l'espace fait appel à des **connaissances spatiales** (nécessitent d'organiser et de structurer cet espace. Cela se fait grâce à plusieurs disciplines : EPS, géographie, maths, arts visuels etc) et à des **connaissances géométriques** (alignement, cercle etc).

Il y a **trois types de repères** :

- Les **repères relatifs prenant en compte le point de vue de l'observateur** :
 - Soit par rapport à une **personne** (*l'objet est à ta droite*),
 - Soit par rapport à un **objet fixe non orienté** (*C'est à droite de l'arbre*).
- Les **repères relatifs indépendants du point de vue de l'observateur** : objets choisis sont temporaires (*L'objet est à 2m de l'arbre et 3m du poteau*).
- Les **repères absolus** : les repères sont établis une fois pour toutes, avec plusieurs points de référence ou un point de référence et des directions. (*Repère cartésien : une origine et deux axes gradués*).

Les différents types de problèmes qui font appel au repérage dans l'espace :

- Décrire, représenter, communiquer des positions ou des déplacements,
- Demander des informations pour reproduire une situation spatiale ou effectuer un déplacement,
- Reproduire une organisation spatiale ou un déplacement,

- Construire ou compléter une organisation spatiale ou organiser un déplacement d'après une description.

Les problèmes dépendent aussi de ce que l'on repère (un objet, une personne, un chemin).

2) Les variables didactiques

Les dimensions de l'espace : dimensions 1, 2 ou 3.

- Chercher à repérer, parmi un lot d'étiquettes identiques suspendues à un fil, l'une d'entre elles (1D),
- Demander de décrire un trajet pour se rendre d'un point à un autre de l'école en réalisant un plan (2D),
- Demander d'indiquer la position d'un objet par rapport à soi (« il est devant moi en hauteur ») (3D).

La nature de l'espace :

Il y a trois sortes d'espaces :

- Le **micro-espace** (proche de l'observateur mais extérieur à lui : il peut voir, toucher, déplacer tous les objets sans avoir à se déplacer). Ex : espace de la table de travail.
- Le **meso-espace** (totalement accessible à partir de la position de l'observateur. Ce dernier est un des éléments de cet espace et il y a des repères fixes (porte, fenêtres)). Ex : salle de classe.
- Le **macro-espace** (on ne peut avoir que des perceptions locales sur cet espace : l'observateur est un des éléments et il doit coordonner des informations partielles pour le reconstituer mentalement, avec l'aide éventuelle d'un plan, d'une carte ou d'une maquette). Ex : village.

Présence ou non de repères fixes :

- Dans **l'espace de la classe** : porte, bureau du PE etc.
- Dans **l'espace d'une feuille rectangulaire** : feuille en portrait, feuille en paysage.
- Dans un **quadrillage** : présence d'un quadrillage peut induire l'utilisation d'un système de coordonnées. Dans ce cas, on a 2 systèmes de repérage :
 - o Les lignes et colonnes sont identifiées par un numéro ou une lettre (ex : grille de mots croisés). Ex : numéro de ligne puis lettre colonne.
 - o Les lignes et colonnes ne sont pas nommées. Ex : « le point est à 2 carreaux de la droite et 5 carreaux au-dessus de A. »

Moyen de communication : si repérage est établi pour quelqu'un d'autre. Le moyen de communication peut être : un message oral ou écrit, ou un schéma à main levée, un plan, une carte à l'échelle etc.

Place des locuteurs (émetteur et récepteur) : même endroit ? Orientés de la même manière ? Le repérage peut se faire avec des repères : relatifs au récepteur (*à ta droite*), orientés ou non (*tableau, arbre*), absolus (système de coordonnées avec une origine).

3) Difficultés rencontrées par les élèves

2 types de difficultés pour une tâche de repérage :

- **Difficulté à se décentrer dans le cas de l'utilisation de repère relatif** lorsque 2 personnes n'occupent pas la même position : l'élève fait comme si son interlocuteur avait le même point de vue que lui.
- **Difficulté à rendre congruente l'orientation d'un plan et celle de l'espace dans lequel il travaille** (positionner le plan pour qu'il ait la même orientation par rapport à l'observateur que la réalité).

Pour ce qui est du repérage sur **quadrillage**, difficultés au niveau du **décompte des carreaux** pour déterminer les coordonnées, de la **coordination de deux dimensions** (abscisse et ordonnée) et de la **communication de ces coordonnées dans le bon ordre**.

III- Les solides

1) Caractéristiques des solides

3 types de solides :

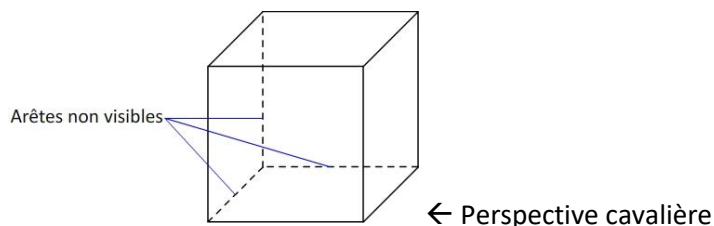
- Solides **sociaux** : on les rencontre dans la vie de tous les jours (boîtes, meubles, immeubles).
- Solides **mathématiques** : ce sont des objets théoriques. Ce sont des portions de l'espace géométrique définies par des propriétés mathématiques. (ex : polyèdres délimités par des faces polygonales / sphère / cylindre).
- **Maquettes** : entre les deux autres types de solides. Ce sont des représentations des solides mathématiques ou des solides sociaux qu'on a épurées.

Un solide mathématique se caractérise par :

- Des définitions et des propriétés
- Un langage de description (face, sommet, arête patron)
- Les problèmes à propos de solides (reproduction, description, réalisation de patrons etc).

Différences façons de représenter les solides :

- Une **représentation en perspective** cavalière ou axonométrique,
- Une **représentation grâce aux vues** de face, de dessus, de gauche, de droite,
- Un **patron** (certains solides n'ont pas de patrons, comme la sphère !)



Enseignement des solides à l'école :

- Le **solide avec ses propriétés** : déterminer la nature et le nombre des faces d'un polyèdre, le nombre de ses arêtes et de ses sommets.
- Le **solide avec ses patrons** : construire un patron de solide donné ou identifier si un dessin est un patron d'un solide donné.

- Le solide et sa représentation en perspective cavalière : les programmes ne font pas référence à la perspective (c'est au collège) mais les élèves y sont confrontés lors de jeux de construction ou dans des manuels.

Différentes **compétences** que les élèves doivent acquérir à l'école :

- **Identifier les propriétés d'un polyèdre,**
- **Reconnaître un patron d'un polyèdre,**
- **Construire un patron d'un polyèdre,**
- **Représenter un solide dans le plan.**

2) Identifier les propriétés d'un polyèdre

Il s'agit pour l'élève d'identifier :

- Le nombre et la nature des faces d'un polyèdre,
- Le nombre de ses sommets et ses arêtes.

Si l'élève a le polyèdre en main : il doit reconnaître la nature de chacun des faces, puis les dénombrer.

→ Variables, erreurs et difficultés :

- o La **familiarité** qu'a l'élève avec le solide : plus le solide lui est familier, plus il aura de facilité à réussir la tâche.
- o Le **nombre de faces, sommets, arêtes** : plus il y en a, plus ce sera difficile d'effectuer un dénombrement correct (compter 2 fois la même face, ou en oublier).
- o La **nature des faces** : polygones connus de l'élève ?
- o Difficultés : les **faces ne sont pas toutes visibles** d'un seul coup d'œil généralement, il faut manipuler le polyèdre sans oublier de faces.

Si l'élève n'a pas le polyèdre en main, mais qu'il le voit : il doit arriver à imaginer ce qu'il y a derrière la face avant du solide. Il doit donc déjà avoir eu l'occasion de manipuler ce solide, sinon la tâche est impossible à réaliser.

→ Variables, erreurs et difficultés : même variables qu'avant. Mais une difficulté supplémentaire : **il ne peut pas manipuler le polyèdre**. Il faut qu'il **imagine** ce qu'il y a derrière sa face avant

Si l'élève a seulement le dessin en perspective du polyèdre : l'élève doit à l'aide du tracé des arêtes (traits pleins pour arêtes visibles et traits en pointillés pour les arêtes cachées), arriver à identifier les faces en tenant compte du fait que certaines ne sont pas déformées et que d'autres le sont.

→ Variables, erreurs et difficultés : même variables qu'avant. Difficulté : identifier la nature des faces latérales (si on ne donne pas le nom du solide à l'élève, il ne peut pas répondre avec certitude).

3) Reconnaître un patron d'un polyèdre

On se met dans la situation où l'élève connaît le solide présenté, ou qu'il a la possibilité de le visualiser, et que l'élève ne peut pas découper et plier le dessin avant de répondre.

L'élève doit s'assurer que trois conditions sont remplies :

- Toutes les faces du solide, et elles seulement, sont bien représentées, ce qui suppose de connaître leur nombre et leurs caractéristiques,
- Les côtés des différents polygones, qui représentent les faces et qui se correspondent après pliage, sont de même dimension : oblige à mobiliser des images mentales.
- Deux faces ne se superposent pas au moment du pliage : oblige à mobiliser des images mentales.

Variables didactiques :

- La **nature du solide** (familiarité, nombre de faces etc).
- La **présence ou non du solide** quand l'élève résout la tâche.

Erreurs de reconnaissance :

- L'élève ne **s'assure que d'une condition** : surcharge cognitive ou non-appropriation de l'intérêt des autres conditions,
- L'élève **n'arrive pas à vérifier mentalement** les conditions 2 et 3,
- L'élève **pense que le patron d'un solide a toujours la même forme** (ex : croix pour le cube).

NB : les **images mentales** se développent en entraînant l'élève à reconnaître des patrons, et à vérifier ses réponses en pliant les patrons.

4) Construire un patron d'un polyèdre

Une variable est déterminante : le **fait d'avoir ou non à sa disposition l'objet dont il faut construire le patron.**

Si l'objet est présent :

- **L'élève a le droit de le manipuler** : il peut construire le patron en faisant rouler l'objet sur sa feuille. Difficulté : s'assurer que toutes les faces sont tracées, et pas tracées plusieurs fois, et qu'elles ne se tiennent pas les côtés et pas par des sommets.
- **L'élève n'a pas le droit de manipuler l'objet** : il peut construire le patron en « étalant » mentalement les différentes faces. Difficulté : images mentales + difficultés de construction des faces.

Si l'objet est absent du regard de l'élève :

- **L'objet est représenté par un tracé en perspective cavalière** : l'élève doit se représenter mentalement l'objet, puis étaler mentalement ses faces. (Ce n'est pas un objectif de l'école).
- **L'objet n'est pas représenté** : il ne pourra s'agir que d'un objet familier (cube, pavé).

NB : certains élèves s'imaginent qu'un solide n'a qu'un seul patron, ce qui peut créer des difficultés dans la résolution de problèmes. Il est intéressant de leur faire rechercher tous les patrons d'un cube.

5) Représenter un solide dans le plan

Cela pose des problèmes spécifiques dans la mesure où l'objet est dans un espace en 3D et le dessin dans un espace en 2D.

@maitresse.jero

Il est compliqué de dessiner un objet de l'espace.

Dans les programmes de cycle 3, il y a « Utiliser des représentations planes de solides », mais il semble préférable de travailler cette **notion en fin de cycle 3 (6^{ème})**. Par contre, les élèves en primaire sont **confrontés à la lecture de représentation** dans les manuels scolaires, avec deux types d'exercice :

- Mettre en relation des solides que les élèves peuvent manipuler ou dont on leur donne des photos, avec des représentations en perspective,
- Mettre en relation des solides que les élèves ont sous les yeux, avec des vues de face, de dessus, de côté.

Les élèves en primaire n'ont pas à représenter en perspective des solides donnés.