

## Chapitre 9 – Généralités sur l'enseignement du calcul

PROGRAMME DES CYCLES 2 ET 3 (extraits) Nombres et calculs	
CYCLE 2	CYCLE 3
<p><b>Introduction</b></p> <p>La connaissance des nombres entiers et du calcul est un objectif majeur du cycle 2. Elle se développe en appui sur les quantités et les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes.</p> <p><b>Des résolutions de problèmes contextualisés :</b> [...] prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs (les comparer, les réunir, les augmenter, les diminuer, les partager en parts égales ou inégales, chercher combien de fois l'une est comprise dans l'autre, etc.). Ces actions portent sur des objets tout d'abord matériels puis évoqués à l'oral ou à l'écrit ; le travail de recherche et de modélisation sur ces problèmes permet d'introduire progressivement les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division).</p> <p><b>L'étude de relations internes aux nombres :</b> comprendre que le successeur d'un nombre entier, c'est « ce nombre plus un », décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement [...].</p> <p><b>L'étude des différentes désignations orales et/ou écrites :</b> [...] double de, moitié de, somme de, produit de ; différence de, quotient et reste de ; écritures en ligne additives/soustractives, multiplicatives, mixtes, en unités de numération, etc.</p> <p><b>L'appropriation de stratégies de calcul</b> adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc.</p> <p><b>Une bonne connaissance des nombres inférieurs à mille et de leurs relations</b> est le fondement de la compréhension des nombres entiers, et ce champ numérique est privilégié pour la construction de stratégies de calcul et la résolution des premiers problèmes arithmétiques.</p>	<p><b>Introduction</b></p> <p>Le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté sont à construire en interaction. Ainsi, le calcul mental est mobilisé dans le calcul posé et il peut être utilisé pour fournir un ordre de grandeur avant un calcul instrumenté. Réciproquement, le calcul instrumenté peut permettre de vérifier un résultat obtenu par le calcul mental ou par le calcul posé. Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres. Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances mais aussi et surtout en fonction des nombres et des opérations mis en jeu dans les calculs. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et de modules de calcul élémentaires automatisés. De même, si la maîtrise des techniques opératoires écrites permet à l'élève d'obtenir un résultat de calcul, la construction de ces techniques est l'occasion de retravailler les propriétés de la numération et de rencontrer des exemples d'algorithmes complexes.</p> <p>Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles. Les procédures de traitement de ces problèmes peuvent évoluer en fonction des nombres en jeu et de leur structure. Le calcul contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul.</p>

### I- Classification des différents moyens de calculer

#### 1) 1<sup>ère</sup> classification : calcul mental et calcul écrit

La tradition de l'école primaire conduit à opposer **calcul mental** (sans écrire) et **calcul écrit** (opérations posées). Cette opposition ne rend pas bien compte de la diversité des procédures de calcul que les élèves doivent acquérir. De plus, elle laisse de côté l'usage des calculatrices qui sont aujourd'hui largement répandues. De même, elle méconnaît le fait qu'un calcul conduit par écrit nécessite aussi une opération mentale (ex : gestion des retenus).

## 2) 2<sup>ème</sup> classification : calcul automatisé et calcul réfléchi

	<b>Calcul automatisé</b> (résultats mémorisés, algorithmes mémorisés, calcul confié à une machine)	<b>Calcul réfléchi</b> (calcul raisonné), quand on élabore une procédure spécifique pour un calcul donné : quand on prend des décisions personnelles pour faire un calcul.
<b>Calcul uniquement mental</b>	Lorsque nous faisons appel à un <b>résultat mémorisé</b> . Ex : pour $4 \times 6$ , on sait que le résultat est 24 sans avoir à réfléchir.	Calcul mental avec différentes procédures. Ex : $43 + 19$ , ajouter 40 et 10 d'une part, 3 et 9 d'autre part et ajouter ensuite les deux résultats obtenus.
<b>Calcul utilisant un support écrit</b>	Lorsque nous nous limitons à exécuter un <b>algorithme</b> lui aussi parfaitement <b>mémorisé</b> et valable quels que soient les nombres. Ex : $426 - 248$ : poser l'opération en colonne, et faire les calculs sans avoir à réfléchir aux étapes à respecter.	Calcul en écrivant ses différentes étapes par exemple. Ex : $857 - 438 \rightarrow 800 - 400 = 400 / 57 - 30 = 27 / 27 - 8 = 19$ donc $857 - 438 = 419$ .
<b>Calcul utilisant un instrument</b> (boulier, calculatrice ...)	Lorsque nous confions à une machine munie d'un logiciel le soin d'exécuter les calculs. Ex : $245 \times 56$ avec une calculatrice / calcul d'une moyenne sur un tableur.	L'élève s'appuie sur un support pour faire un calcul réfléchi. Ex : donner à l'élève un calcul qui ne peut pas être directement tapé sur la machine : raisonnement et élaboration d'une procédure spécifique obligatoires.

Un **algorithme** est une suite finie de règles opératoires à appliquer dans un ordre déterminé afin d'effectuer un calcul numérique en un nombre fini d'étapes.

Caractéristiques de ces deux types de calcul :

Calcul automatisé	Calcul réfléchi
<u>Caractéristiques communes</u>	
S'ils ne sont pas exécutés par une machine, ils nécessitent tous deux de <b>disposer de résultats mémorisés</b> : les tables, ou d'autres résultats comme $40 + 10$ , $25 \times 4$ , ou le fait que 19 c'est $20 - 1$ etc. Les techniques de calcul posé et le calcul réfléchi s'appuient sur des <b>propriétés des nombres liées à leur écriture en numération décimale et sur des propriétés des opérations en jeu</b> .	
Le calcul posé s'appuie sur des <b>propriétés des opérations</b> , mais ces propriétés ne sont ni choisies ni nécessairement visibles pour le calculateur.	Le calcul réfléchi s'appuie sur des <b>relations entre nombres et sur des propriétés des opérations</b> que le calculateur décide de mobiliser : il les met en œuvre de façon <b>consciente</b> (ce qui ne signifie pas pour autant qu'il est capable de les exprimer formellement).
Le calcul automatisé est <b>impersonnel</b> : il est conduit de la même façon par tous.	Le calcul réfléchi est très <b>personnalisé</b> . Le même calcul peut être réalisé de plusieurs manières selon le choix des individus (en fonction de leurs connaissances sur les nombres et les opérations).
Le calcul automatisé nécessite <b>peu d'effort</b> , car il est exécuté par <b>réflexe</b> . Il peut être réalisé <b>rapidement</b> .	Pour un calcul réfléchi, la <b>charge mentale de travail peut être importante</b> , ainsi que le <b>temps</b> nécessaire pour répondre.

Un même calcul peut relever pour certains du calcul automatisé et pour d'autres du calcul réfléchi.

## II- Travail de mémorisation des résultats ou des procédures (calcul uniquement mental)

Pour exécuter un calcul sans machine, il faut pouvoir disposer immédiatement de certains résultats ou de certaines procédures. Pour mémoriser, il ne suffit pas de simplement répéter ou réciter.

- **On mémorise mieux ce qui a du sens** : mieux vaut travailler d'abord sur le sens des opérations (sur les problèmes qu'elles permettent de résoudre) que sur la mémorisation trop précoce des tables.
- **Les conditions d'apprentissage retiennent sur les conditions de récupération en mémoire.**  
*Ex : beaucoup d'enfants pour trouver  $8 \times 7$  récitent la table depuis le début, alors que la réponse devrait être immédiate.*
- **Certains résultats sont plus faciles à mémoriser et constituent des points d'appui pour la suite de la mémorisation.** *Ex : les doubles et les compléments à 10 (pour l'addition), les carrés, les tables de 2 et 5 (pour la multiplication) ...*
- **La connaissance de relations entre les résultats à mémoriser ou de propriétés réduit le coût de la mémorisation :**
  - o L'élève qui a pris conscience que la multiplication est commutative (que si  $4 \times 6$  est connu,  $6 \times 4$  l'est aussi) diminue le nombre de résultats à mémoriser.
  - o L'élève qui dispose des points d'appui déjà évoqués peut les exploiter (ex : retrouver  $5 + 6$  à partir de  $5 + 5$ ).
- **La répétition est un facteur qui n'est pas à négliger.** Cette répétition est efficace si elle s'inscrit dans un contexte motivant (ex : jeux).

## III- Apprentissage des algorithmes opératoires

Le travail sur les techniques opératoires vise la **réflexion sur les mécanismes en jeu**.

Les algorithmes écrits de calcul (**calcul posé, techniques opératoires**) ont longtemps été un objectif primordial à l'école primaire. Cependant, la diffusion de nouveaux outils de calcul (calculatrice, ordinateur) en réduit l'intérêt social. L'école ne peut pas rester à l'écart de ce phénomène, mais l'apprentissage des techniques de calcul reste un objectif important de l'école primaire, car cela permet de mieux comprendre les nombres et les opérations.

## IV- Apprentissage du calcul instrumenté : calculatrices, tableurs

Le calcul instrumenté à l'école primaire :

- L'apprentissage d'une **utilisation intelligente des calculatrices** est prévu **dès le cycle 2**. Il s'agit de l'utiliser pour des calculs relevant des 4 opérations, mais aussi d'en connaître quelques particularités (calcul de division avec reste, utilisation des parenthèses, fonctions « mémoire » etc).
- L'initiation au tableur ne figure que dans le programme du collège.

La calculatrice constitue une variable didactique décisive : exemples :

- **Lors de l'apprentissage d'une nouvelle opération** : pouvoir mettre à disposition des élèves un outil de calcul, dès leur 1<sup>ère</sup> rencontre avec une nouvelle notion, permet de faire grandir l'intérêt de la nouvelle opération.
- **Lors de la résolution de problèmes un peu complexes** : l'effort de l'élève devrait être centré sur le raisonnement. Donc, si la charge mentale de travail due aux calculs est trop importante,

certaines élèves peuvent perdre le fil de leur raisonnement ou renoncer à calculer. La mise à disposition de calculatrices permet de surmonter cette difficulté.

## V- Divers aspects du calcul réfléchi

Le calcul réfléchi peut être utilisé pour produire un résultat exact ou un ordre de grandeur (**calcul approché**).

### 1) Le calcul réfléchi exact

Trois types de connaissances sur lesquels repose le calcul réfléchi :

- **Résultats et procédures de bases stockés en mémoire** (ex : tables, multiplier par 10, relations entre les nombres comme 25 est le quart de 100 etc).
- **Connaissances relatives à la numération écrite ou orale :**
  - o Ecrit : 27 c'est 20 + 7 ou 2 dizaines et 7 unités,
  - o Oral : dans « trois-cent-vingt-sept », le « trois » des centaines est plus explicite qu'en numération écrite chiffrée.
- **Connaissances relatives aux propriétés des opérations.**

Supports du calcul réfléchi :

- Ce type de calcul souvent conduit mentalement peut aussi être soutenu par des **traces écrites**, pour éviter la charge mentale importante.
- La **calculatrice** peut aussi être un support de calcul réfléchi (ex : « comment obtenir le résultat de  $235 \times 21$ , avec une calculatrice dont la touche « x » ne fonctionne plus ? »).

### 2) Le calcul approché

Tout calcul approché est un calcul réfléchi (car les décisions sont spécifiques à chaque calcul). Il nécessite les compétences mises en œuvre dans le calcul réfléchi mais aussi d'autres :

- **Déterminer l'ordre de grandeur recherché** (suivant le contexte de la situation),
- **Déterminer, en conséquence, les arrondis choisis pour les nombres en jeu**, en fonction de l'ordre de grandeur recherché et des possibilités de calcul mental.

*Ex : pas le même ordre de grandeur et donc pas le même arrondi, pour le prix d'un rôti de 3,625kg à 13,50€ le kg, et pour le prix de 4756 L de mazout à 0,83€ le litre. 1<sup>er</sup> cas on choisira 4 et 13 comme arrondis, et 2<sup>ème</sup> cas, 5000 et 0,8.*