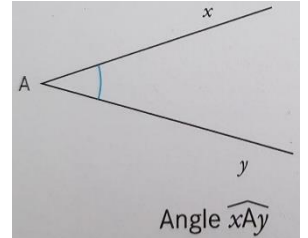


Chapitre 14 : Angles et polygones

I- Angles

On appelle **secteur angulaire** toute portion de plan limitée par deux demi-droites de même origine. L'origine commune est appelée **sommet du secteur** et les deux demi-droites sont appelées **côtés du secteur angulaire**. L'ensemble des secteurs superposables constitue un **angle**. On assimile souvent « secteur angulaire » et « angle ». On peut mesurer les angles avec un rapporteur. Le sommet de l'angle est toujours nommé en deuxième position.

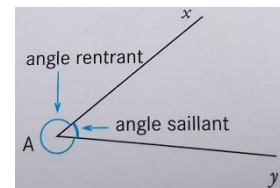


Angle aigu : inférieur à un angle droit (qui mesure 90°).

Angle obtus : compris entre un angle droit et un angle plat (qui mesure 180°).

Angle saillant : inférieur à un angle plat.

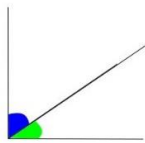
Angle rentrant : supérieur à un angle plat.



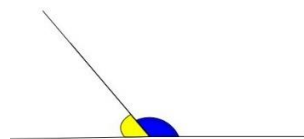
1) Relation entre deux angles

Angles **complémentaires** : la somme de leur mesure est égale à 90° .

Angles **supplémentaires** : la somme de leur mesure est égale à 180° .

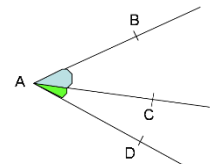


Complémentaires

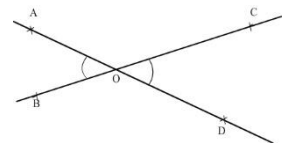


Supplémentaires

Angles **adjacents** : ils ont un sommet et un côté communs et ils sont situés de part et d'autre de ce côté.

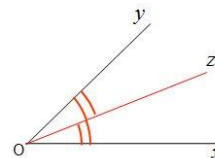


Angles **opposés par le sommet** : sommet en commun et leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre. Deux angles opposés par le sommet sont **égaux**.



2) Bissectrice d'un angle

La **bissectrice d'un angle** est la **droite qui passe par le sommet de l'angle et qui partage l'angle en deux angles égaux**.



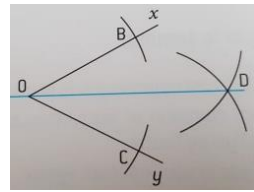
Fiche méthode : tracer la bissectrice d'un angle

- Méthode 1 : avec le rapporteur.

- Mesurer l'angle dont on veut tracer la bissectrice et calculer la moitié de cette mesure.
- Tracer la demi-droite qui partage l'angle en deux angles égaux.

- Méthode 2 : avec le compas et une règle graduée

- Tracer avec le compas un arc de cercle de centre O (sommet de l'angle) qui coupe les deux côtés de l'angle en B et C.
- Tracer deux arcs de cercle de même rayon de centres B et C. Ces 2 arcs se coupent en D.
- Tracer la droite passant par le sommet de l'angle et par le point D.



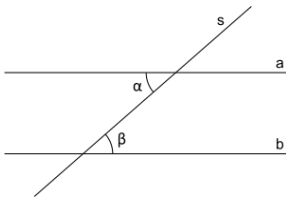
Propriété : la **bissectrice de l'angle est l'ensemble de points équidistants des côtés de cet angle.**

3) Angles et droites parallèles

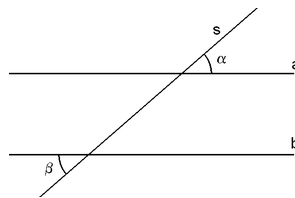
Angles alternes-internes : s'ils sont formés par des droites parallèles, ils sont égaux.

Angles alternes-externes : s'ils sont formés par des droites parallèles, ils sont égaux.

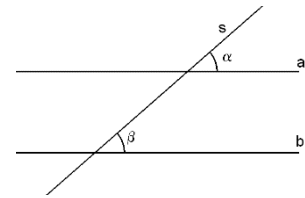
Angles correspondants : s'ils sont formés par des droites parallèles, ils sont égaux.



Angles alternes-internes



Angles alternes-externes



Angles correspondants

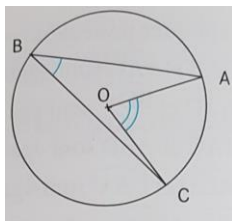
Réciproques des propriétés de ces angles : si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes, alternes-externes ou correspondants égaux, alors ces droites sont parallèles.

4) Angles et cercle

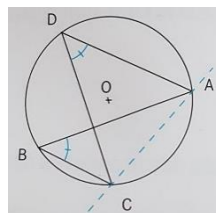
On appelle **angle au centre d'un cercle** tout angle dont le sommet est le centre du cercle.

On appelle **angle inscrit dans un cercle** tout angle dont le sommet est un point du cercle et dont les côtés coupent le cercle.

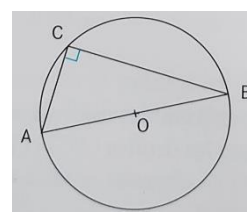
- Propriété 1 : si un angle inscrit ABC intercepte le même arc qu'un angle au centre AOC, alors $ABC = \frac{1}{2} AOC$.
- Propriété 2 : si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils sont égaux.
- Propriété 3 : Si [AB] est un diamètre d'un cercle et C un point de ce cercle, alors ABC est un triangle rectangle en C.



1



2



3

II- Polygones

Un **polygone** est une figure géométrique limitée par **des côtés qui sont tous des segments**.

Un **triangle** est un polygone à **3 côtés**.

Un **quadrilatère** est un polygone à **4 côtés**.

Un **pentagone** est un polygone à **5 côtés**.

Un **hexagone** est un polygone à **6 côtés**.

Un **octogone** est un polygone à **8 côtés**.

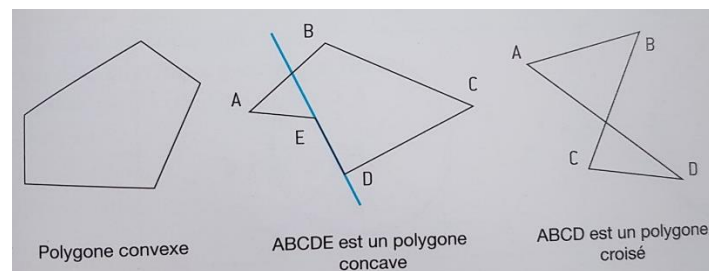
Un **décagone** est un polygone à **10 côtés**.

Un **dodécagone** est un polygone à **12 côtés**.

1) Polygones convexes, concaves, croisés

Un polygone est **convexe** s'il est tout entier situé du même côté que toutes les droites support de ses côtés. Sinon il est **concave** (ou non convexe).

Un polygone est **croisé** si deux de ses côtés se coupent.



2) Polygones réguliers

Un **polygone régulier** est un polygone qui a **tous ses angles et ses côtés égaux**.

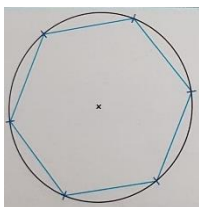
= Un polygone régulier est un polygone inscrit dans un cercle et qui a tous ses côtés de même longueur.

Un polygone régulier de n côtés a ses angles qui valent $360^\circ/n$.

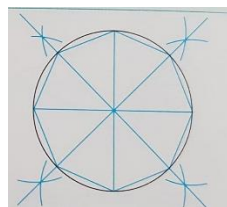
Tracé d'un polygone régulier : tout polygone régulier peut être tracé avec un rapporteur (mais certains peuvent l'être sans).

Fiche méthode : tracer un polygone régulier sans rapporteur

- Tracer un hexagone régulier : tracer un cercle, reporter successivement sur ce cercle des cordes qui sont égales au rayon.
- Tracer un octogone régulier : tracer un cercle avec deux diamètres perpendiculaires, tracer les bissectrices des quatre angles ainsi formés.



Hexagone



Octogone

III- Triangles

Dans un triangle, la **longueur de n'importe quel côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés** -> inégalité triangulaire.

Ex : $AC < AB + BC$

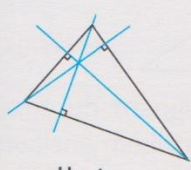
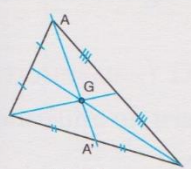
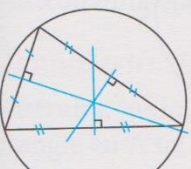
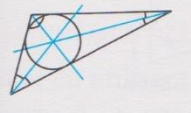
La **somme des angles d'un triangle est égale à 180°**.

Fiche méthode : calculer la mesure d'un angle

On peut utiliser plusieurs propriétés :

- L'angle peut-être le complémentaire ou le supplémentaire d'un angle connu.
- La somme des angles d'un triangle vaut 180° .
- Propriété 1 angle inscrit.
- Démontrer qu'il est égal à un angle connu avec :
 - Les angles opposés par le sommet sont égaux,
 - Les angles alternes-internes, alternes-externes ou correspondants définis par des droites parallèles sont égaux,
 - Les angles inscrits, qui dans un même cercle interceptent le même arc, sont égaux,
 - Les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux,
 - Les angles opposés d'un parallélogramme sont égaux.
- Les symétries centrales et axiales conservent les angles (*cf chap 19*).

Droites particulières d'un triangle :

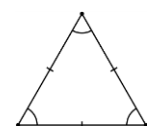
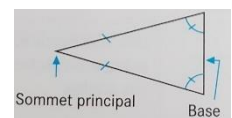
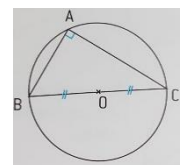
Tracé	Définition	Propriétés
 <p>Hauteur</p>	<p>Une hauteur d'un triangle est une droite perpendiculaire à un côté et qui passe par le sommet opposé.</p>	<p>Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé orthocentre.</p>
 <p>Médiane</p>	<p>Une médiane d'un triangle est une droite qui passe par le milieu d'un côté et par le sommet opposé.</p>	<p>Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé le centre de gravité, tel que $AG = \frac{2}{3} AA'$ (idem pour les autres médianes).</p>
 <p>Médiatrice</p>	<p>Une médiatrice d'un triangle est une médiatrice d'un de ses côtés.</p>	<p>Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle (cercle qui passe par les trois sommets du triangle).</p>
 <p>Bissectrice</p>	<p>Une bissectrice d'un triangle est une bissectrice d'un de ses angles.</p>	<p>Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit (cercle qui est tangent aux trois côtés du triangle).</p>

Triangles particuliers :

- **Triangle rectangle** : triangle qui a un **angle droit**. Le côté opposé à l'angle droit est appelé hypoténuse.
 - o Le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse.

- **Triangle isocèle** : triangle qui a **deux côtés de même longueur**.
 - o Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est aussi médiane, médiatrice, bissectrice.
 - o Dans un triangle isocèle, les **angles à la base sont égaux**.

- **Triangle équilatéral** : triangle qui a **trois côtés égaux**.
 - o Dans un triangle équilatéral, toute hauteur est aussi médiane, médiatrice, bissectrice.
 - o Dans un triangle équilatéral, les **trois angles sont égaux**.



IV- Quadrilatères

Un **quadrilatère** est un **polygone qui a 4 côtés**.

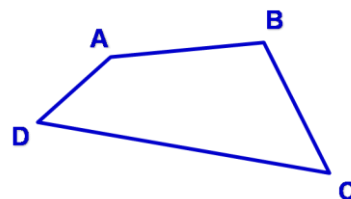
A, B, C, D sont les sommets.

[AB], [BC], [CD], [AD] sont des côtés du quadrilatère.

[AB] et [BC] sont des **côtés consécutifs**.

[AB] et [CD] sont des **côtés opposés**.

[AC] et [BD] sont les diagonales.



On nomme un quadrilatère en désignant ses sommets et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens inverse. Ex : ABCD ou ADCB.

Les quadrilatères particuliers :

	Propriétés caractéristiques des côtés	Propriétés caractéristiques des diagonales	Propriétés caractéristiques des angles
Trapèze	<ul style="list-style-type: none"> Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles. Un trapèze isocèle est un trapèze qui a deux côtés opposés de même longueur. 		<ul style="list-style-type: none"> Un trapèze rectangle est un trapèze qui a deux angles droits. Les angles à la base d'un trapèze isocèle sont égaux.
Parallélogramme	<ul style="list-style-type: none"> Un parallélogramme est un quadrilatère qui a des côtés opposés parallèles deux à deux. Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé qui a deux côtés opposés parallèles et de même longueur. Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé qui a les côtés opposés de même longueur. 	<ul style="list-style-type: none"> Un parallélogramme est un quadrilatère qui a des diagonales qui ont le même milieu. 	<ul style="list-style-type: none"> Un parallélogramme est un quadrilatère qui a des angles opposés égaux et des angles adjacents supplémentaires.

Losange	<ul style="list-style-type: none"> Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur. Un losange est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur. 	<ul style="list-style-type: none"> Un losange est un quadrilatère qui a des diagonales perpendiculaires et qui ont le même milieu. Un losange est un parallélogramme qui a des diagonales perpendiculaires. 	
Rectangle		<ul style="list-style-type: none"> Un rectangle est un quadrilatère qui a ses diagonales de même longueur et qui ont le même milieu. Un rectangle est un parallélogramme qui a des diagonales de même longueur. 	<ul style="list-style-type: none"> Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits. Un rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit.
Carré	<ul style="list-style-type: none"> Un carré est un rectangle qui a deux côtés consécutifs de même longueur. 	<ul style="list-style-type: none"> Un carré est un quadrilatère qui a ses diagonales égales, perpendiculaires et qui ont le même milieu. 	<ul style="list-style-type: none"> Un carré est un losange qui a un angle droit.

Carré : quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur et 4 angles droits. (+ cf fiche géo dynamique)